FRAÇÕES

TÓPICOS TEÓRICOS E DIDÁTICOS

19 - 21 de maio de 2015

1 O QUE SÃO FRAÇÕES?

Informalmente, *frações são representações de quantidades obtidas pela adição de partes de uma quantidade inteira*. No nível da Educação Básica, podemos nos limitar a definir frações informalmente e deduzir suas propriedades algébricas com base no seu significado[1].

Para quaisquer pares de inteiros $p \geq 0$ e $q > 0$, definimos a fração com numerador p e denominador q por

$\frac{p}{q}$ = medida de p partes obtidas da divisão de uma quantidade inteira q partes iguais.

Em particular,

$\frac{1}{q}$ = medida de uma parte obtida da divisão de uma quantidade inteira q partes iguais.

Não definimos frações com denominador nulo.

[1] O conceito formal de fração é demasiadamente sofisticado para ser abordado com rigor em nível elementar, embora a definição algébrica se reduza numa única frase: as frações são os elementos do menor corpo que contem $\mathbb{Z}$.

2 COMPARAÇÃO E EQUIVALÊNCIA DE FRAÇÕES

Como comparar duas frações, de modo a saber se as quantidades que elas representam são iguais ou diferentes, ou se uma é maior do que a outra?

Matematicamente, podemos deduzir o seguinte critério simples:

Teorema 1: Dados a, b, c, d ∈ $\mathbb{Z}$; a, c ≥ 0 e b, d > 0, valem:

$$\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad \geq bc$$

$$\frac{a}{b} \leq \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad \leq cd$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$$

Prova do Primeiro caso, considerando que os números inteiros a, b, c, d são positivos:

$$\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d} \Leftrightarrow b \times \frac{a}{b} \geq b \times \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \geq \frac{bc}{d} \Leftrightarrow ad \geq d \times \frac{bc}{d} \Leftrightarrow ad \geq bc$$

Analogamente para os demais casos.

No caso em que

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

teremos duas frações que representem a mesma quantidade de uma grandeza e essas são chamadas de *frações equivalentes*.

3 OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

Adição e Subtração

É fácil observarmos que quando os denominadores das frações que queremos somar/subtrair são iguais, apenas fazemos a operação com os numeradores.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

e

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

Os significados da adição e subtração de frações são intuitivos, mas é complicado justificar como devem ser operadas quando os denominadores são diferentes: para somar/subtrair frações, preliminarmente às escrevemos em termos de frações equivalentes com um denominador comum:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{bd} = \frac{ad+cb}{bd}$$

e

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} - \frac{cb}{bd} = \frac{ad-cb}{bd}$$

É comum utilizar-se do m.m.c. (mínimo múltiplo comum) para encontrar o denominador comum das frações equivalentes às que se pretende fazer a operação.

Multiplicação e Divisão

Multiplicar uma fração por um número inteiro é o mesmo que somar a fração *n* vezes:

$$n \times \frac{p}{q} = \frac{p}{q} + \frac{p}{q} + \ldots + \frac{p}{q}\ (n\ vezes) = \frac{np}{q}$$

Dividir uma fração por um número inteiro:

$$\frac{p}{q} \div m = \frac{p}{mp}$$

Para *m, p, q* ∈ $\mathbb{Z}$ é natural definir:

$$\frac{1}{m} \times \frac{p}{q} := \frac{p}{q} \div m = \frac{p}{qm}$$

Isso motiva as definições de multiplicação e divisão de frações:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

e

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

4 SOBRE O ENSINO

Além de estar presente em nosso cotidiano, mesmo que em suas formas mais simples, vale a ressalva de que “o estudo das representações fracionárias também se justifica, entre outras razões, por ser fundamental para o desenvolvimento de outros conteúdos matemáticos (proporções, equações, cálculo algébrico)” (BRASIL, 1998, p. 103).

Magina e Malaspina (2013, p. 90) salientam que o conteúdo de frações

> […] é visto pelos professores como um dos mais difíceis de ser ensinado. E, de fato, muitas pesquisas recentes […] têm evidenciado essa dificuldade, vivida tanto pelos professores quanto pelos alunos brasileiros nos processos de ensino e de aprendizagem. Com relação ao seu ensino, o que se tem revelado são uma ênfase exagerada em procedimentos e algoritmos e uma forte tendência para traduzir esse conceito, apenas utilizando a exploração do significado parte-todo.

Nesse sentido, podemos ir em direção contrária aos modos tradicionais, lançando mão da utilização de variados recursos pedagógicos, o que pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. É importante “abrir a discussão sobre possibilidades não convencionais para o ensino das frações, que podem contribuir para uma aprendizagem significativa e um enriquecimento das ideias matemáticas” (LOPES, 2008, p. 3).

Nas aulas de Matemática, um dos conteúdos que tem grande resistência a ser estudado é o de Frações, desde os conceitos iniciais até aplicações a outras áreas da matemática. De fato, concordando com Lopes (2008, p. 20),

> O ensino de frações tem sido praticado como se nossos alunos vivessem no final do século XIX, um ensino marcado pelo mecanicismo, pelo exagero na prescrição de regras e macetes, aplicações inúteis, conceitos obsoletos, “carroções”, cálculo pelo cálculo.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática propõem, que no segundo ciclo, a abordagem dos racionais deve “levar os alunos a perceber que os números naturais são insuficientes para resolver determinadas situações-problema como as que envolvem a medida de uma grandeza e o resultado de uma divisão” (BRASIL, 1997, p. 101). Ou seja, a construção do conceito de números racionais pressupõe uma organização de ensino que possibilite experiências com diferentes significados e representações.

Considerando os números racionais em sua forma fracionária, não é preciso ir muito longe para encontrar dificuldades no seu ensino, mesmo que às vezes isso não seja tão aparente, é o que enfatizam os pesquisadores Nunes e Bryant (1997, p. 191) citados por Magina e Malaspina (2013, p. 91):

> “Com as frações, as aparências enganam. Às vezes, as crianças parecem ter uma compreensão completa das frações e ainda não a têm. Elas usam os mesmos termos fracionários certos; falam sobre frações coerentemente, resolvem alguns problemas fracionais; mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhe escapam. De fato, as aparências podem ser tão enganosas que é possível que alguns alunos passem pela escola sem dominar as dificuldades das frações, sem que ninguém perceba”.

Magina, Bezerra e Spinillo (2009, p. 413) relatam que

> o próprio conceito de fração é de natureza complexa e multifacetada. Por exemplo, dependendo da situação em que esteja inserida, a fração pode assumir diferentes significados. […] Outro exemplo dessa complexidade é o fato de a fração estar fortemente associada a outros conceitos igualmente complexos como divisão, probabilidade, porcentagem, razão e proporção.

Reforçando o pensamento dos autores citados, os PCN indicam que é preciso romper com algumas ideias construídas para os números naturais, o que podem se tornar obstáculos para a aprendizagem, apontando alguns entraves enfrentados durante o trabalho com os racionais:

> - cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias: por exemplo, 1/3, 2/6, 3/9, 4/12, …, são diferentes representações de um mesmo número;
> - a comparação entre racionais: acostumados com a relação $3 > 2$, terão de compreender uma desigualdade que lhes parece contraditória, ou seja, $1/3 < 1/2$;
>
>   […]
> - se, ao multiplicar um número natural por outro natural (sendo este diferente de 0 ou 1) a expectativa é a de encontrar um número maior que ambos, ao multiplicar 10 por 1/2 se surpreenderão ao ver que o resultado é menor do que 10 (BRASIL, 1998, p. 101).

Nessa direção, considerando estudos da pesquisadora Terezinha Nunes, Magina e Malaspina (2013) afirmam que o conceito de fração é mais bem aprendido quando são explorados cinco significados: parte-todo, medida, quociente, operador multiplicativo e número.

A fração como *parte-todo* está relacionada com a partição de um todo em partes iguais, em que cada parte pode ser representada como *1/n*, onde *n* é o número de partes. Por exemplo, se temos uma figura dividida em 4 partes e colorirmos 3 delas, a fração que representa a parte colorida é 3/4. A fração como *quociente* ocorre quando se envolve a ideia de divisão. É o caso da situação: 4 barras de chocolate devem ser divididas para 5 crianças, escreva qual fração de chocolate cada uma irá receber.

O significado de *medida* de uma fração surge quando uma quantidade é medida pela relação entre duas variáveis, como na probabilidade: em um saco há 8 bolas, das quais 2 são verdes e 6 são azuis; qual a probabilidade de alguém sem olhar pegar uma bola verde dentro do saco? A fração como *operador Multiplicativo* ocorre quando pensamos na fração como valor escalar aplicado a uma quantidade, quando um número é um multiplicador da quantidade indicada. Por exemplo: numa mesa havia 12 botões e Bárbara ganhou 4/6 deles; diga quantos botões ela ganhou.

Por último, assim como os naturais e os inteiros, as frações são *números* e não se referem necessariamente a uma quantidade específica. Um exemplo é pedir em uma determinada régua que se coloque o número 1/2 em sua posição correta, onde a fração é trabalhada sem um referente específico.

Em outras palavras, uma mesma fração, por exemplo, 1/4, pode adquirir diferentes significados. Pode ser uma relação parte-todo: uma *pizza* repartida em quatro pedaços iguais e um desses tomado, adquirindo ainda significado de quociente da divisão de duas variáveis. Poderíamos interpretar 1/4 como um número na reta numérica: 0,25. Como operador: 1/4 do quilo de açúcar, ou seja, 250g de açúcar. Como medida: 1/4 como sendo a probabilidade de se tirar uma bola vermelha dentro de uma caixa que possui uma bola vermelha e 4 bolas azuis.

O ensino geralmente é focado na relação parte-todo, porém “não é possível isolar cada uma das ideias das frações e suas interpretações” (LOPES, 2008, p. 9) e todos os significados devem ser trabalhados em conjunto, de forma que os alunos consolidem o conceito de fração.

É importante para o aprendizado dos alunos, que eles se apropriem de duas lógicas fundamentais das frações, a lógica da equivalência e a lógica da ordenação (MAGINA e MALASPINA, 2013). A lógica da equivalência é necessária para que o estudante entenda que, por exemplo, 1/3 equivale à 3/9, ou seja, que frações diferentes representam um mesmo número. A lógica da ordenação está relacionada ao entendimento de que as frações não são ordenadas como os números naturais, como no caso em que temos frações de denominadores iguais: quanto menor o numerador, maior a fração.

Levando em consideração a apropriação desses conceitos iniciais, bem como análises e planejamento para superar os obstáculos, é muito provável que ocorra posteriormente, de forma mais efetiva, um melhor aprendizado das operações aritméticas com as frações.

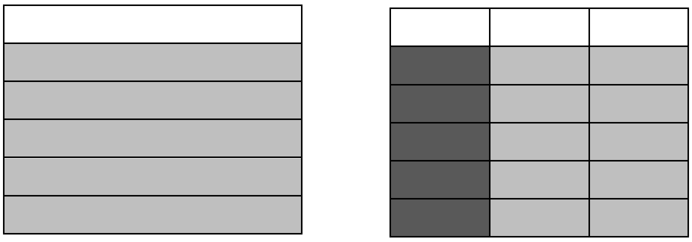
No início do estudo de frações, principalmente nos anos iniciais do ensino fundamental é mais interessante que se trabalhe com frações menos complexas, para que os conceitos iniciais se consolidem da melhor forma possível.

A adição ou subtração de frações pode ser realizada, primeiramente, utilizando materiais manipuláveis, como a Escala Cuisenaire, Círculo de Frações, entre outros. É interessante que as operações feitas a partir desses materiais sejam também registradas na forma escrita.

Para a divisão e multiplicação de frações, não é tão simples de se entender os processos que ocorrem para realizá-las. A seguir, faremos alguns exemplos de como essas operações podem ser abordadas, os quais são encontrados também nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998).

Na multiplicação de frações, podemos entender o processo como tomar “partes de partes do total”. Podemos observar que a multiplicação não é a adição de parcelas iguais.

Por exemplo, $\frac{1}{3} \times \frac{5}{6}$ pode ser interpretado como $\frac{1}{3}$ dos $\frac{5}{6}$ de um todo.

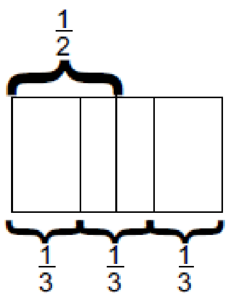


Temos então, $\frac{5}{18}$ como resultado. Ou seja: $\frac{1}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{18}$.

Pode se sugerir que os alunos façam diversos exemplos como esse e pedir que eles tentem chegar ao procedimento utilizado para a multiplicação de frações.

Na divisão de frações, mais uma vez, há possibilidade de a entendermos como "partes que cabem em partes".

Por exemplo, $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$ pode ser interpretado como quantas vezes $\frac{1}{3}$ cabe em $\frac{1}{2}$.



Observamos que $\frac{1}{3}$ cabe uma vez e meia em $\frac{1}{2}$. Dessa forma: $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

Entretanto, em muitos casos não é tão simples de se visualizar esse tipo de representação. Nesse caso é válido utilizar outros meios, como a propriedade de que "um quociente não se altera quando dividendo e divisor são multiplicados por um mesmo número".

Por exemplo:

$$\frac{5}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{5}{4} \times \frac{3}{2}}{\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}} = \frac{\frac{15}{8}}{1} = \frac{15}{8}$$

Daí surge a ideia de que quando dividimos duas frações, “multiplicamos a primeira pelo inverso da segunda”. Assim:

$$\frac{5}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{8}$$

Uso de Materiais Manipuláveis e Jogos

Posto isso, faz-se necessário refletir sobre o uso do modelo tradicional de ensino do conteúdo, fugindo um pouco da simples repetição de procedimentos, memorização de regras e algoritmos, que limitam também o desenvolvimento do pensamento que os alunos têm sobre a matemática, acreditando que esse aprendizado não terá utilidade alguma para eles.

Fiorentini e Miorim (1990) dizem que o uso do concreto, seja de materiais manipuláveis ou de situações que estejam próximas aos alunos, como fenômenos naturais ou acontecimentos cotidianos, são opções para o ensino. Ressaltam ainda, que os jogos também podem adquirir um papel importante na educação: “eles podem vir no início de um novo conteúdo com a finalidade de despertar o interesse da criança ou no final com o intuito de fixar a aprendizagem e reforçar o desenvolvimento de atitudes e habilidades” (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p. 3).

A utilização de jogos pode ser de muita validade no processo de apropriação do conhecimento matemático. Nesse sentido, o “interesse pelos estudos da relação entre jogos e aprendizagem matemática sustenta-se na possibilidade de que todos os alunos possam, por meio de jogos, se envolverem mais na realização de atividades matemáticas” (MUNIZ, 2010, p. 26).

Ainda em relação aos materiais concretos e manipuláveis, a pesquisadora Adair Mendes Nacarato salienta que “um uso inadequado ou pouco exploratório de qualquer material manipulável pouco ou nada contribuirá para a aprendizagem matemática. O problema não está na utilização desses materiais, mas na maneira como utilizá-los" (NACARATO, 2005, p. 4). Dessa forma, cabe ressaltar a importância do planejamento realizado pelo professor, pensando como o material pode de fato contribuir para a aprendizagem, às vezes algo que está totalmente explícito aos olhos do professor, pode não ser tão facilmente visualizado pelo aluno, comprometendo o bom aproveitamento do material.

Para o ensino de frações podemos lançar mão de alguns materiais, conhecidos e utilizados por muitos educadores, como a Escala Cuisenaire, Cubo de Frações, Régua de Frações, Círculo de Frações, o Tangram.

5 SUGESTÕES DE ATIVIDADES E JOGOS

Atividades envolvendo os significados das frações

Essas atividades podem ser utilizadas como diagnóstico inicial sobre o conhecimento que os alunos têm de frações.

A. Parte-todo

1. Salete tinha uma barra de chocolate. Ela cortou em 2 pedaços de mesmo tamanho e comeu 1 pedaço. Você pode escrever, usando números, a fração do chocolate que Salete comeu?

2. E se Salete tivesse cortado o chocolate dela em 3 pedaços do mesmo tamanho e comesse 1 pedaço? Como você escreveria a fração de chocolate que Salete comeu?

3. Larissa foi à pizzaria e pediu uma *pizza*. Ela dividiu a pizza em 5 pedaços iguais e comeu 1 pedaço. Qual a fração que Larissa comeu?

4. Na mesa do restaurante há 3 crianças. A garçonete serviu duas tortas para dividir igualmente entre elas. Qual fração cada criança irá receber?

5. Cascão desenhou 8 pipas e pintou duas. Você pode representar numericamente, em forma de fração, e forma de fração, essas pipas pintadas em relação à quantidade total de pipas?

6. Carla fez uma figura e dividiu em 8 partes iguais. Depois pintou 5 partes dessa figura. Você pode escrever que fração representa a parte pintada?

B. Operador multiplicativo

1. Caio tinha 6 chocolates. Desses chocolates, ele comeu metade. Você pode escrever quantos chocolates ele comeu?

2. Bárbara ganhou um chocolate e comeu 2/3. Desenhe o chocolate e pinte a parte que ela comeu.

3. Cássio tinha 8 balas, sendo que 3/4 eram de uva. Ele fez três grupos de balas de uva e um grupo de balas de maçã. Quantas balas de uva ele tinha?

4. Na mesa havia 12 botões. Márcia ganhou 4/6 desses botões. Você sabe dizer quantos botões Márcia ganhou?

5. Fábio tinha 12 bolas de tênis. Ele organizou as bolas de tênis em 6 grupos. Desses grupos, 4 eram d bolas verdes e os outros de bolas brancas. Qual a fração do total de bolas que representa as bolas verdes?

C. Quociente

1. Marcos ganhou uma torta. Ele quer dividir a torta igualmente para dois amigos. Você pode escrever, usando números, a fração da torta que cada amigo irá receber?

2. E se Marcos tivesse que dividir a torta entre 4 amigos? Como você escreveria a fração?

3. Luiz comprou uma pizza para dividir para 5 crianças. Qual fração da pizza que cada um irá comer?

4. Carlos ganhou 2 chocolates para dividir igualmente entre 3 crianças. Qual fração do chocolate cada criança irá receber?

5. E se fossem 2 chocolates para 5 crianças. Qual fração do chocolate cada criança irá receber?

D. Medida

1. Para fazer refresco de laranja, Sara mistura 1 litro de água e 2 litros de concentrado de laranja. Você pode escrever que fração representa o concentrado de laranja em relação ao total da mistura?

2. Para pintar o seu quarto, Sara misturou 3 litros de tinta rosa com 1 litro de tinta branca. Que fração da mistura representa a tinta branca em relação ao total de tinta?

3. Em uma caixa há 8 bolas. Duas dessas bolas são verdes e 6 são brancas. Qual a chance de alguém sem olhar pegar uma bola verde na caixa?

4. Na escola de Cecília teve um sorteio com 6 bilhetes para um passeio no zoológico. Cecília comprou 3 desses bilhetes. Escreva em forma de fração a chance de Cecília ser sorteada.

5. Temos um baralho de 8 cartas, em que 4 são coringas. Escreva em forma de fração a chance de alguém tirar o coringa.

Fonte: MAGINA, Sandra; MALASPINA, Maria da Conceição de Oliveira. A fração nos anos iniciais: uma perspectiva para seu ensino. In: SMOLE, Katia Stocco; MUNIZ, Cristiano Alberto (Orgs.). **A Matemática em sala de aula**: reflexões e propostas para os anos iniciais do ensino fundamental. Porto Alegre: Penso, 2013. P. 89-114.

Fichas para o estudo de frações

Descrição: Por meio do jogo pode-se explorar a partição de um inteiro, a composição do inteiro, bem como a equivalência de frações e noções iniciais das operações.

Material: Jogo das fichas, feito com cartolina. A cartolina pode ser pintada pelos alunos ou pode-se ter uma de cada cor, as cores auxiliam na comunicação durante a atividade. Teremos 7 tipos de fichas com as seguintes dimensões e quantidades: 2 x 24 cm (1 ficha), 2 x 12 cm (2 fichas), 2 x 8 cm (3 fichas), 2 x 6 cm (4 fichas), 2 x 4 cm (6 fichas), 2 x 3 cm (8 fichas) e 2 x 2 cm (12 fichas); na qual a primeira delas representa o inteiro.

Atividades: A partir do jogo de fichas serão levantadas as seguintes questões (atentar para as cores):

1. Partindo o Inteiro (Repetir as perguntas alternando as cores de todas as fichas).

- Quantas fichas amarelas são necessárias para cobrir a ficha preta?
- Que parte do inteiro representa uma ficha amarela?
- Que parte do inteiro representa duas fichas amarelas?

2. Equivalências de frações. Utilizando as fichas tente completar as sentenças abaixo:

- 1/2 = …. = …… = …… = ……
- 1/3 = …. = ……
- 1/4 = …. = …..
- 1/6 = …..
- 2/3 = …..
- 3/4 = …..

3. Adição e Subtração:

- 1/2 + 1/2 =
- 1/3 + 1/3 =

- 2/8 + 3/8 =
- 3/4 – 1/4 =
- 4/6 – 2/6 =
- 4/12 – 2/12 =
- Etc.

4. Noções intuitivas de multiplicação e divisão:

- Que parte é a metade da terça parte do inteiro?
- Que parte é a metade da metade do inteiro?
- Quantos terços cabem exatamente no inteiro?
- Que parte é um quarto da metade do inteiro?
- Quantos quartos cabem exatamente em um meio?
- Quantos meios cabem exatamente em um inteiro?

Fonte: SILVA, Circe Mary da; LOURENÇO, Simone Torres; CÔGO, Ana Maria. O Ensino-Aprendizagem da Matemática e a Pedagogia do Texto. Brasília: Editora Plano, 2004. 170 p.

Atividade utilizando Tangram

Descrição: Atividade investigativa utilizada para desenvolver conceitos iniciais, podendo posteriormente envolver adição, subtração e equivalência de frações.

Material: O Tangram de 7 peças, um quebra-cabeça chinês muito antigo, com peças que se encaixam perfeitamente formando um quadrado, onde temos 2 triângulos grandes, 2 triângulos pequenos, 1 triângulo médio, 1 quadrado e 1 paralelogramo. É interessante que os próprios alunos o construam.

Atividade: 1. Explicar o que é o Tangram. Deixar um espaço para o reconhecimento e familiarização do material. Pedir aos alunos que construam, por exemplo, dois quadrados com apenas duas peças cada, um quadrado com 4 peças, etc.

2. Dado o tempo de contato inicial com o tangram, solicitar aos alunos que indiquem por uma fração qual a parte do quadrado todo cada peça representa. Solicitar que registrem em cada peça a fração que descreve essa parte.

3. Pode se levantar questionamentos do tipo: quantos triângulos menores cabem num triângulo médio? E num grande? Questões essas, postas para levar os alunos a perceberem as operações de adição e subtração, também para a “equivalência de algumas peças”.

Fonte: Operações com números Racionais. Programa gestão de Aprendizagem Escolar – Gestar. Matemática. Supervisão Geral: Wilsa Maria Ramos. Ministério da Educação, Brasília, 2007.

Questões variadas

1. Fábio e André ganharam 2 caixas de bombom. Fábio comeu 18 bombons que corresponde a metade de bombons de sua caixa. André também comeu a metade de seus bombons e ficou todo feliz porque comeu 22 bombons.

- Por que André comeu mais bombons do que Fábio se os dois comeram a metade dos bombons?
- Quantos bombons tinham em cada caixa?

2. Fernando tem 26 bolinhas de gude. A metade desse conjunto tem ____ bolinhas.

Flávio dividiu seu conjunto de bolinhas de gude em duas partes iguais com seu irmão e ficou com 10 bolinhas de gude. Se você tiver que comparar a metade do conjunto de bolinhas de gude de Fernando e a metade do conjunto de Flávio o que você dirá?

Fonte: Avaliação de aprendizagem e raciocínio em Matemática: métodos alternativos. Vânia Maria Pereira dos Santos. Rio de Janeiro, Projeto Fundão, 1997.

Ideia de fração como medida

Descrição: Conceito de fração associado à ideia de medida.

Material: Pegue 3 barbantes de mesmo comprimento.

- Dobre e corte um deles em duas partes iguais. Agora, compare cada parte com o barbante inteiro. O que você pode concluir?
- Pegue o outro barbante inteiro, dobre-o e corte em duas partes diferentes. Compare cada parte com as obtidas anteriormente. O que você observou? É possível concluir o mesmo que no item anterior?

Fonte: Avaliação de aprendizagem e raciocínio em Matemática: métodos alternativos. Vânia Maria Pereira dos Santos. Rio de Janeiro, Projeto Fundão, 1997

Jogo Corrida das Frações

Descrição: O jogo trabalha com noções iniciais de fração, a ideia de parte/todo, ao mesmo tempo em que podemos atentar para frações próprias e impróprias.

Material: barras de Frações, que podem ser confeccionadas pelos próprios alunos. São 6 barras, sendo divididas em duas, três, quatro, cinco, seis e oito partes; e dois dados: o dado "quem" (basicamente, será o denominador da fração, em cada face estarão: /2, /3, /4, /5, /6, /8) e o dado "quanto" (será o numerador, com faces de 1 a 6).

Como jogar: Delimita-se um fim ou o número de jogadas. Primeiramente joga-se o dado "quem". Temos o denominador e a sua respectiva barra dividida. Depois joga-se o dado "quanto". Tem-se "quantos" pedacinhos da barra o jogador andará naquela rodada.

Fonte: Blog do curso Jogomática – Jogos e Atividades lúdicas para o ensino de Matemática. Disponível em: <http://jogomatica.blogspot.com.br/2012/11/jogo-corrida-das-fracoes.html>.

Mídias digitais para Matemática (MDMat) – Instituto de Matemática da UFRGS. Site repositório de mídias digitais para o ensino e aprendizagem de matemática. Disponível em: *http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/*

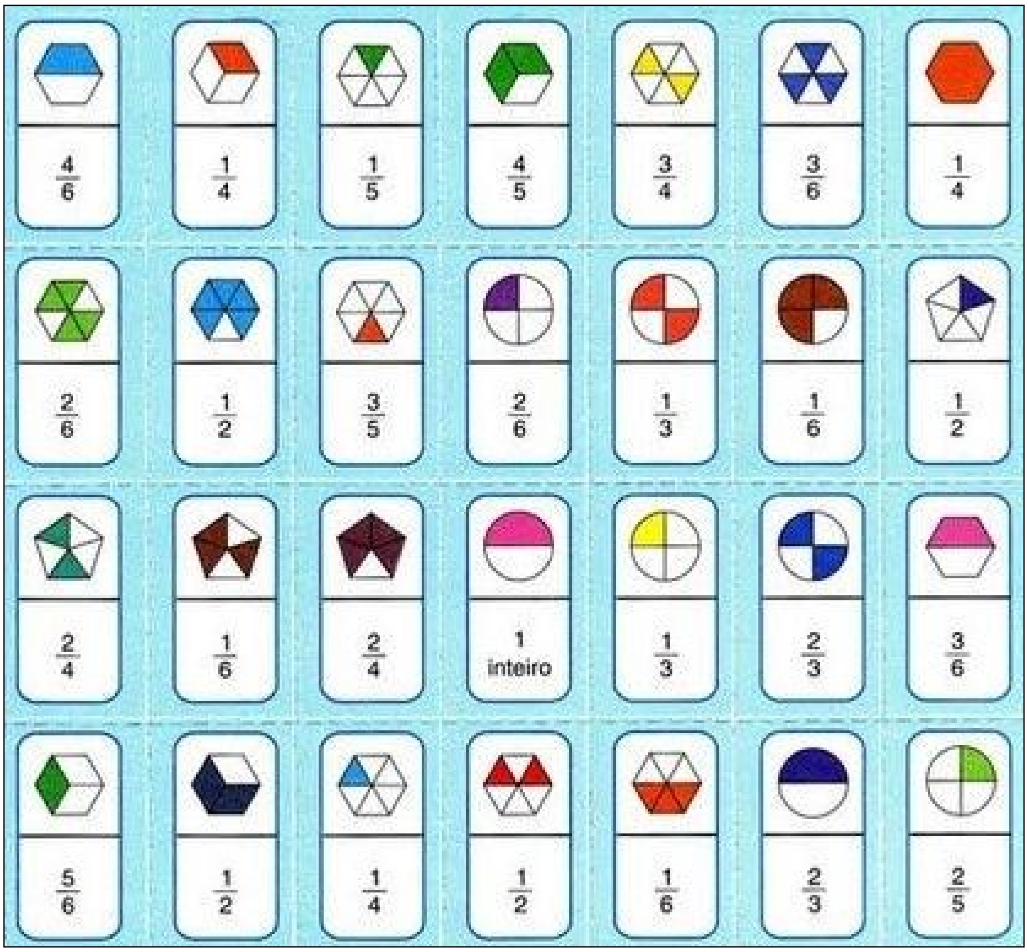
Artigos *On-line* Revista Nova Escola:

- Introdução aos números racionais. Disponível em: <*http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/nova-ordem-numerica-428105.shtml*>
- Um debate animado sobre frações. Disponível em: <*http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/debate-animado-428106.shtml*>
- Introdução a problemas com frações. Disponível em: *http://www.gentequeeduca.org.br/planos-de-aula/introducao-problemas-com-fracoes*

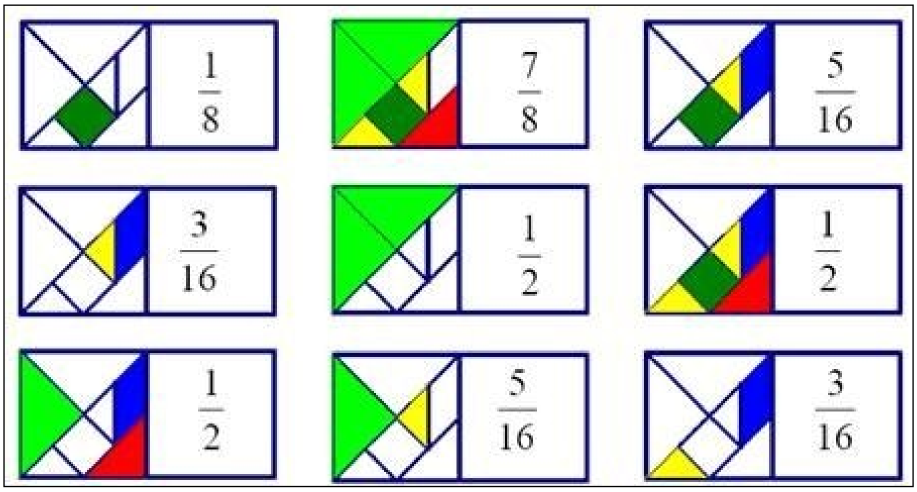
Dominó de Frações

O tradicional jogo de dominó também pode ser adaptado para o estudo de diversos tópicos relacionados às frações, como equivalência, representação, nomenclatura e até mesmo operações. Abaixo seguem algumas figuras como exemplo.

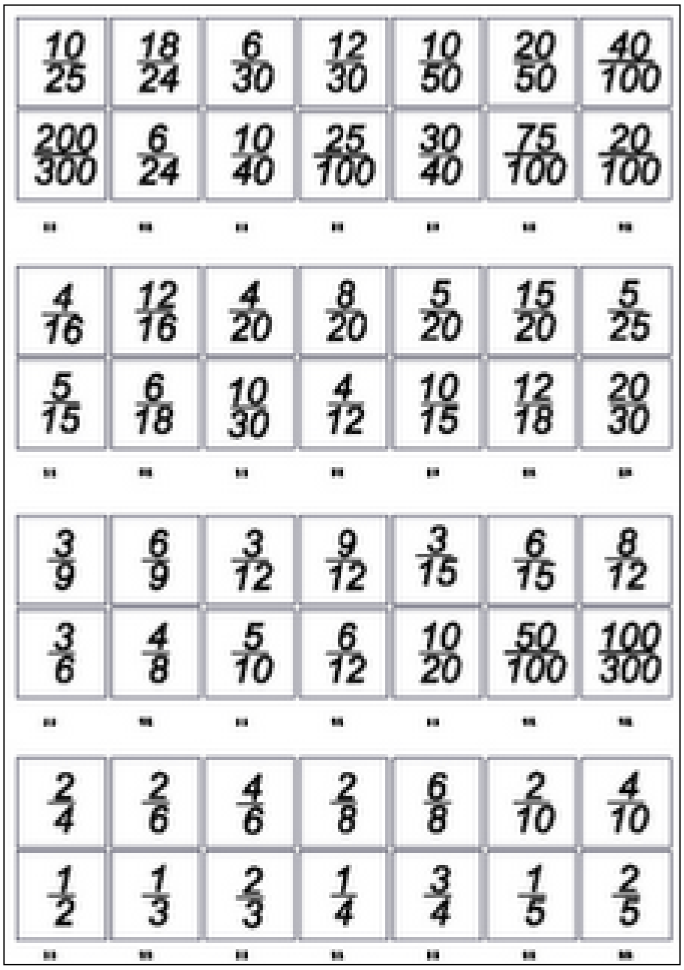
Na figura abaixo, temos um dominó formado pela representação fracionária e geométrica.



Na próxima figura, estão as frações que cada parte colorida representa em relação ao quadrado todo que forma o Tangram. Os valores podem ser revistos de modo a confeccionar um dominó.

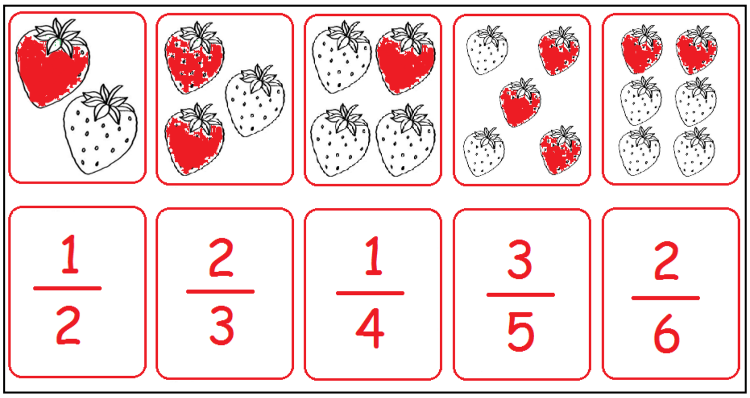


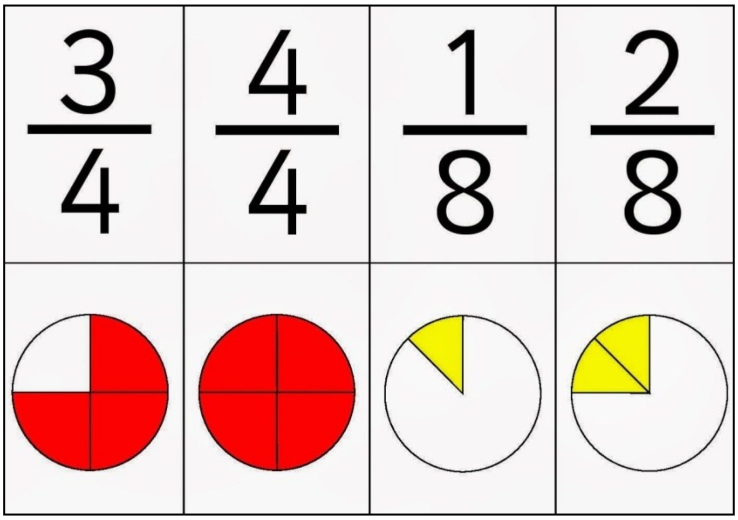
A seguir, mais um modelo de dominó utilizado para o estudo da equivalência de frações.



Jogo da Memória

Podemos criar diversos jogos da memória, que provavelmente muitos dos alunos já brincaram com ele em ocasiões anteriores. Abaixo exemplos, bem simples, de como fazer.





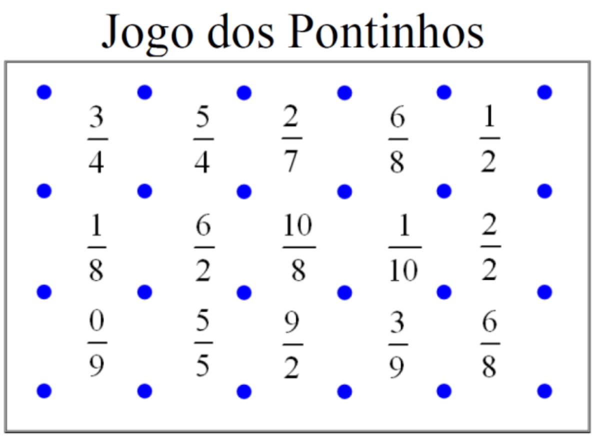
Bingo

Outro jogo bastante conhecido é o Bingo Numérico, que pode ser adaptado para diversos conteúdos matemáticos, inclusive frações. Por exemplo, as pedras que serão cantadas podem se constituir de operações envolvendo frações e, nesse caso, os alunos precisam resolvê-las para marcar em suas respectivas cartelas os resultados das operações.

Jogo dos Pontinhos

Descrição: Realizado por dois jogadores e trabalha Adição de Frações. Uma sugestão é fazer outra tabela começando por frações mais simples.

Material: Folha de papel com malha pontilhada e lápis. Abaixo um exemplo.



Regras**:**

1. Faça uma linha reta na horizontal ou vertical, unindo dois pontos vizinhos no tabuleiro. Em seguida, seu adversário fará outra linha no mesmo tabuleiro.

2. O jogo continua dessa forma, até que um dos jogadores consiga fechar um quadrado. Quando fechá-lo, deve escrever a letra inicial de seu nome dentro do quadrado e jogar mais uma vez.

3. Quando todos os quadrados do tabuleiro estiverem fechados, cada jogador soma os pontos dos quadrados que formou.

4. O vencedor é aquele que somar mais pontos.

Fonte: Blog do Laboratório de Matemática UNESP de São José do Rio Preto. Disponível em: <*http://www.mat.ibilce.unesp.br/laboratorio/pages/jogos_1ao5.htm*>.

Atividades de Fração com Escala Cuisenaire

I – Explorando o material

1) Com quantas barras vermelhas você obtém o tamanho da barra laranja? O que a barra vermelha é da barra laranja?

2) Com quantas barras verdes claras você forma uma barra azul? O que a barra verde claro é da barra azul?

3) Que outras relações deste tipo você pode obter com as barras da escala de cuisenaire?

4) Usando a barra laranja como unidade complete a tabela abaixo com a medida de cada barra.

II – Comparando frações

1) O que a barra vermelha é da barra laranja?

2) O que duas barras cor de madeira é da barra laranja?

3) O que é maior:

    a) Uma barra vermelha ou duas barras cor de madeira?

    b) $\frac{2}{10}$ *ou* $\frac{1}{5}$?

    Obs. Neste caso dizemos que $\frac{2}{10}$ **é equivalente a** $\frac{1}{5}$ e escrevemos $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

4) O que a barra vermelha é da barra verde escuro?

5) O que duas barras cor de madeira é da barra verde escuro?

6) O que você conclui?

7) O que a barra verde claro é da barra verde escuro? Encontre uma fração equivalente a esta?

8) Encontre outras frações equivalentes que possam ser criadas com as barras da escala de Cuisenaire.

III – Adição

1) A barra verde claro vale $\frac{1}{2}$ da barra verde escuro e a barra vermelha vale $\frac{1}{3}$ da barra verde escuro. Quanto vale, usando apenas as barras, $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$?

2) Que fração da barra lilás é a barra verde claro? E a barra vermelha? Quanto dá $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}$? Que procedimento você usou?

3) O que a barra vermelha é da barra marrom? E a lilás? Que fração da barra marrom dá uma barra vermelha mais uma barra lilás? Indique a expressão.

4) Encontre mais 10 soma de frações que se possa fazer usando a escala de cuisenaire.

IV – Multiplicação

1) O que a barra lilás é da barra marrom?

2) Que barra é a metade da barra lilás?

3) Justifique com a escala de cuisenaire o produto $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$

4) O que a barra verde escuro é da barra azul? O que a barra vermelha é da barra verde escuro? Quanto vale, use a escala de cuisenaire para justificar, $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}$?

5) Crie pelo menos mais dez situações de multiplicação com a escala de cuisenaire.

V – Divisão

1) Quantas vezes a barra verde claro cabe na verde escuro? Que operação você usou?

2) Quantas vezes a barra vermelha cabe na barra marrom? Indique a operação usada.

3) Quantas vezes a barra da coluna da esquerda (tabela abaixo) cabe na barra da coluna do meio? Responda na coluna da esquerda indicando a operação realizada.

Fonte: Laboratório de Matemática (Departamento de Matemática/Centro de Ciências Exatas/Universidade Gama Filho). O *download* do arquivo original pode ser feito através do link: <http://novaesja.mat.br/arquivos/ugf/atividades_com_escala_de_cuisenaire.doc>.

5 REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática/1ª à 4ª séries. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática/5ª à 8ª séries. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática. **Boletim SBEM**, São Paulo, ano 4, n. 7, p. 3-10, 1990.

LOPES, Antonio José. O que os Nossos Alunos Podem Estar Deixando de Aprender sobre Frações, quando Tentamos lhes Ensinar Frações. **Bolema**, Rio Claro, ano 21, n. 31, p. 1-22, 2008.

MAGINA, Sandra; BEZERRA, Francisco Brabo; SPINILLO, Alina. Como desenvolver a compreensão da criança sobre fração? Uma experiência de ensino. **Revista Brasileira de estudos Pedagógicos**, v. 90, n. 225, p. 411-432, mai./ago. 2009.

MAGINA, Sandra; MALASPINA, Maria da Conceição de Oliveira. A fração nos anos iniciais: uma perspectiva para seu ensino. In: SMOLE, Katia Stocco; MUNIZ, Cristiano Alberto (Orgs.). **A Matemática em sala de aula**: reflexões e propostas para os anos iniciais do ensino fundamental. Porto Alegre: Penso, 2013. P. 89-114.

MUNIZ, Cristiano Alberto. **Brincar e Jogar**: enlaces teóricos e metodológicos no campo da educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

NACARATO, Adair Mendes. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 1, p. 1-6, 2005.

Leituras Sugeridas

DRUZIAN; Maria Eliana Barreto. Jogos como Recurso Didático no Ensino Aprendizagem de Frações. **Vidya**, Santa Maria, v. 27, n. 1, p. 68-78, jan./jun., 2007.

GOMES, Maria Laura Magalhães. Os Números Racionais em três momentos da história da Matemática escolar brasileira. **Bolema**, Rio claro, ano 19, n. 25, p. 17-44, 2006.

JACOB, Simon N.; NIEDER, Andreas. Notation-Independent Representation of Fractions in the Human Parietal Córtex. **The Journal of Neuroscience**. 29 (14), p. 4652-4657, abr., 2009.

NACARATO, Adair Mendes; MENGALI, Brenda Leme da Silva; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. 160 p.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo Matemática**. Tradução de Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, Terezinha; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; MAGINA, Sandra; BRYANT, Peter. **Educação Matemática**: Números e Operações Numéricas. São Paulo: Cortez, 2005.

RAMOS, Luzia Faraco. **Frações sem mistérios**. 19. ed. São Paulo: Ática, 2008.

SILVA, Circe Mary da; LOURENÇO, Simone Torres; CÔGO, Ana Maria. O Ensino-Aprendizagem da Matemática e a Pedagogia do Texto. Brasília: Editora Plano, 2004. 170 p.