

# Grandezas e Medidas

André Pizzaia Butta

DMA/CEUNES/UFES

29/06/2015, 2<sup>a</sup> feira

## Resumo

Aqui, abordamos tópicos de Grandezas e Medidas, assunto integrante do Curso de Formação Contínua em Matemática para Professores da Educação Básica, realizado no Centro Universitário Norte do Espírito Santo da Universidade Federal do Espírito Santo (campus São Mateus) entre abril e setembro de 2015.

### 1. Introdução

**Grandeza:** podemos definir grandeza, em matemática, como tudo aquilo que pode ser medido. Exemplos de Grandezas: temperatura, altura, peso, ...

**Medida:** medida é a comparação entre duas grandezas de mesma natureza, sendo uma adotada como padrão.

### 2. Sistema de Unidades de Medida

Para realizar medidas é necessário uma padronização, escolhendo unidades para cada grandeza. O **Sistema Métrico Decimal** é um sistema de medição internacional, que surgiu pela primeira vez na França, durante a Revolução Francesa. Antes da instituição do Sistema Métrico Decimal, as unidades de medida eram definidas de maneira arbitrária, variando de um país para outro, dificultando as transações comerciais e o intercâmbio científico entre eles. As unidades de comprimento, por exemplo, eram quase sempre derivadas das partes do corpo do rei de cada país: a jarda, o pé, a polegada e outras. Internacionalmente, nacionalmente e estadualmente, existem órgãos que cuidam dessa padronização:

#### **Escritório Internacional de Pesos e Medidas (Bureau International de Poids et Mesures - BIPM)**

O Escritório Internacional de Pesos e Medidas - BIPM (sigla em francês) foi criado pela Convenção do Metro (Convention du Mètre), assinada em Paris, em 20 de maio de 1875 por 17 Estados (o Brasil entre eles), por ocasião da última seção da Conferência Diplomática do Metro. O BIPM tem sua sede perto de Paris, nos domínios do Pavilhão Bretuil, posto à sua disposição pelo governo francês. Quanto às despesas, sua manutenção é assegurada pelos Estados membros da Convenção do Metro, que hoje é integrada por 55 países. O BIPM tem por missão assegurar a unificação mundial das medidas físicas, sendo encarregado de:

- estabelecer as unidades e os padrões internacionais das principais grandezas físicas e de conservar os protótipos internacionais;

- efetuar a comparação dos padrões nacionais e internacionais;
- assegurar a coordenação das técnicas de medições correspondentes;
- efetuar e coordenar as determinações relativas às constantes físicas que intervêm naquelas unidades.

O Escritório Internacional de Pesos e Medidas funciona sob fiscalização exclusiva do Comitê Internacional de Pesos e Medidas (Comité International des Poids et Mesures), sob autoridade da (Conférence Générale des Poids et Mesures).

### **Conferência Geral de Pesos e Medidas (Conférence Générale des Poids et Mesures - CGPM)**

A Conferência Geral de Pesos e Medidas - CGPM é formada por representantes de todos os Estados membros da Convenção do Metro e reúne-se, atualmente, de quatro em quatro anos. Ela recebe em cada uma de suas seções o relatório do Comitê Internacional sobre os trabalhos executados, e tem por finalidade:

- discutir e provocar as medidas necessárias para assegurar a propagação do Sistema Internacional de Unidades, forma moderna do Sistema Métrico Decimal;
- sancionar os resultados das novas determinações metrológicas fundamentais e as diversas resoluções científicas de cunho internacional;
- adotar as decisões importantes concernentes à organização e ao desenvolvimento do Escritório Internacional de Pesos e Medidas;

Fontes: [www.ipem.sp.gov.br](http://www.ipem.sp.gov.br) e [www.bipm.org](http://www.bipm.org)

### **Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia - INMETRO**

Durante o Primeiro Reinado, as tentativas de uniformização das unidades de medida brasileiras se apoiaram em padrões oriundos da Corte Portuguesa. Em 1830, um ano antes da abdicação ao trono por D. Pedro I, o deputado gaúcho Cândido Baptista de Oliveira sugeriu a adoção do sistema métrico decimal em vigor na República Francesa. Entretanto, apenas em 26 de junho de 1862, já no Segundo Reinado, Dom Pedro II promulga a Lei Imperial nº 1157 e com ela oficializa, em todo o território nacional, a utilização do sistema métrico decimal francês. O Brasil foi uma das primeiras nações a adotar o novo sistema como signatário da Convenção do Metro, instituída em 20 de maio de 1875.

O crescimento industrial no século XX fortaleceu a necessidade de criar no Brasil instrumentos mais eficazes de controle que viessem a impulsionar e proteger produtores e consumidores. Em 1961, foi criado o Instituto Nacional de Pesos e Medidas (INPM), centralizando a política metro-lógica nacional. Para a plena execução de suas competências, ele adotou, em 1962, o **Sistema Internacional de Unidades (SI)**, consolidado pela 11ª Conferência Geral de Pesos e Medidas em 1960. Os Órgãos Estaduais, hoje conhecidos como Órgãos Delegados, recebem a incumbência de execução de atividades metrológicas, atingindo cada região do País.

O crescimento econômico verificado no Brasil ao final da década de 1960 motivou novas políticas governamentais de apoio ao setor produtivo. A necessidade de acompanhar o mundo na sua corrida tecnológica, no aperfeiçoamento, na exatidão e, principalmente, no atendimento às exigências do consumidor, trouxe novos desafios para a indústria. Em 1973, nascia o Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial, o **INMETRO**, hoje chamado

Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia. No âmbito de sua ampla missão institucional: fortalecer as empresas nacionais, aumentando a sua produtividade por meio da adoção de mecanismos destinados à melhoria da qualidade de produtos e serviços.

Fonte: [www.inmetro.gov.br](http://www.inmetro.gov.br)

### **Instituto de Pesos e Medidas do Estado do Espírito Santo - IPEM-ES**

O IPEM-ES é órgão delegado do Instituto Nacional de Metrologia e Qualidade (INMETRO) e tem por finalidade assegurar à sociedade o cumprimento da política de metrologia legal e da qualidade de serviços, visando a proteção ao consumidor e promovendo meios para o desenvolvimento das políticas de competitividade industrial, no âmbito da metrologia e qualidade.

É responsável pela verificação e a fiscalização de: instrumentos de medição (e medidas materializadas); de produtos pré-medidos; de produtos têxteis; de produtos com certificação compulsória e de veículos transportadores de produtos perigosos.

Fonte: [www.es.gov.br](http://www.es.gov.br)

### 3. Sete unidades de Base do SI

Grandezas	Nome da unidade singular (plural)	Símbolo da unidade	Observações
comprimento	metro (metros)	m	O metro é o comprimento do trajeto percorrido pela luz no vácuo durante um intervalo de tempo de $1/299\,792\,458$ de segundo. 17 <sup>a</sup> CGPM, 1983. Essa definição tem o efeito de fixar a velocidade da luz no vácuo em $299\,792\,458$ metros por segundo exatamente, $c_0 = 299\,792\,458$ m/s
massa	kilograma ou quilograma (kilogramas ou quilogramas)	kg	O kilograma ou quilograma é a unidade de massa; ele é igual à massa do protótipo internacional do kilograma ou quilograma. 3 <sup>a</sup> CGPM, 1901.
tempo	segundo (segundos)	s	O segundo é a duração de $9\,192\,631\,770$ períodos da radiação correspondente à transição entre os dois níveis hiperfinos do estado fundamental do átomo de césio 133. 13 <sup>a</sup> CGPM, 1967/68.
corrente elétrica	ampere (ampères)	A	O ampere é a intensidade de uma corrente elétrica constante que, se mantida em dois condutores paralelos, retílineos, de comprimento infinito, de seção circular despresável, e situados à distância de 1 metro entre si, no vácuo, produz entre estes condutores uma força igual a $2 \times 10^{-7}$ newton por metro de comprimento. 9 <sup>a</sup> CGPM, 1948.
temperatura termodinâmica	kelvin (kelvins)	K	O kelvin, unidade de temperatura termodinâmica, é a fração $1/273,16$ da temperatura termodinâmica do ponto triplo da água. 13 <sup>a</sup> CGPM, 1967/68.
quantidade de substância	mol (mols)	mol	1) O mol é a quantidade de substância de um sistema que contém tantas entidades elementares quantos átomos existem em 0,012 kilograma de carbono 12. 2) Quando se utiliza o mol, as entidades elementares devem ser especificadas, podendo ser átomos, moléculas, íons, elétrons, assim como outras partículas, ou agrupamentos especificados de tais partículas. 14 <sup>a</sup> CGPM, 1971.
intensidade luminosa	candela (candelas)	cd	A candela é a intensidade luminosa, numa dada direção, de uma fonte que emite uma radiação monocromática de frequência $540 \times 10^{12}$ hertz e que tem uma intensidade radiante nessa direção de $1/683$ watt por esferorradiano. 16 <sup>a</sup> CGPM, 1979.

## 4. Medidas de comprimento

Há vários instrumentos que medem comprimentos: trena, régua, metro articulado, fita métrica, paquímetro, micrômetro,... A unidade para medida de comprimento no Brasil é a mesma do SI: o metro cujo símbolo da unidade é m. Alguns múltiplos do metro: terametro ( $Tm$ ) = 1 000 000 000 000 metros, kilômetro, kilometro, quilômetro ou quilometro ( $km$ ) = 1 000 metros, hectômetro ou hectometro ( $hm$ ) = 100 metros, decâmetro ou decametro ( $dm$ ) = 10 metros. Alguns submúltiplos do metro: decímetro ou decimetro ( $dm$ ) = 0,1 metro, centímetro ou centimetro ( $cm$ ) = 0,01 metro, milímetro ou milimetro ( $mm$ ) = 0,001 metro, micrometro ( $\mu m$ ) = 0,000 001 metro.

Atividades:

- (a) Tomando, uma régua de 30 cm, identificar qual o comprimento correspondente a 1 cm, e qual o comprimento correspondente a 1 mm e dizer qual parte do centímetro corresponde a 1 mm.
- (b) Diga quantos milímetros há em um centímetro. Quantos milímetros há em 30 cm?
- (c) Meça com uma régua em milímetros, seu lápis, sua borracha e sua caneta. Escreva agora as mesmas medidas em centímetros.
- (d) Joãozinho tem 130 centímetros de altura, ou 1 metro e 30 centímetros. O pai dele possui 60 centímetros a mais. Dê a altura do pai de pedrinho somente em centímetros. Dê a altura do pai de pedrinho em metros e centímetros.
- (e) Meça uma das laterais da sala de aula usando seu pé como unidade e peça a seus alunos que façam o mesmo. Anote cada resultado, dizendo de quem é o pé de referência. Discuta com os alunos os diferentes valores.
- (f) Crie uma régua de cartolina cujo comprimento seja de dois palmo seu. Ponha uma divisão entre o primeiro e o segundo palmo. Peça a seus alunos que façam o mesmo e ponham o nome em cima da régua. Compararem os comprimentos e discutam a razão deles serem diferentes.
- (g) Qual a unidade de medida de comprimento mais adequada para medir: (a) A distância entre duas cidades? (b) O comprimento de um tênis? (c) A altura de um prédio? (d) O comprimento de uma formiga?
- (h) Peça a seus alunos para plantarem um pé de feijão na sombra e outro no sol. Após uma semana, meça a altura deles e anote. Após duas semanas meça a altura deles novamente. Discutam qual cresceu mais rápido, qual cresceu mais, etc.

## 5. Medidas de tempo

A unidade para medição do tempo do SI é o segundo. Aqui no Brasil, é comum utilizar múltiplos do tempo que não seguem o padrão do SI: 1 dia (d) = 24 horas (h), 1 hora (h) = 60 minutos (min), 1 minuto (min) = 60 segundos (s), 1 hora (h) = 3 600 (s).

Atividades:

- (a) Quantos dias tem um ano bissexto?
- (b) Considerando que as atividades são realizadas num mesmo dia, diga quanto tempo demorou cada atividade: (a) Assistir um filme - início 14h:00min, término: 17h:00min; (b) Assistir aulas na escola - início: 7h:00min, término: 11h:30min; (c) Calçar um par de tênis - início: 6h:30, término: 6h:33min.
- (c) Aerodilse estava muito cansada, após um longo dia de trabalho. Foi dormir as 21 horas e só acordou às 6 horas do dia seguinte. Por quantas horas Aerodilse dormiu?

- (d) Jademilson marcou o dentista para as 14 horas, mas chegou 15 minutos antes, por precaução. Desenhe um relógio de ponteiros, indicando o horário em que Jademilson chegou.
- (e) A seção de cinema começava às 17h:50min. Felisberta olhou o relógio da bilheteria e viu que ele marcava 18h:11min e imediatamente resolveu entrar, pois já estava com o ingresso. Saber que havia 20 minutos de propagandas de outros filmes foi crucial para a sua decisão de entrar. De onde avistou o relógio até acomodar-se na cadeira da sala do cinema, Felisberta gastou 3 minutos. Quanto tempo do filme Felisberta perdeu?

## 6. Medidas de massa

O quilo (kg) é a unidade de medida de massa do SI. A tonelada (t) é uma unidade muito utilizada aqui e equivale a 1000 kg. Alguns submúltiplos do quilo são o grama (g) = 0,001 Kg e o miligrama (mg) = 0,000 001.

Atividades:

- (a) Uma balança em equilíbrio, tem em um de seus pratos 5 latas de ervilhas e no outro uma massa padrão de 1 kg, uma massa padrão de 500 g, duas massas padrão de 100 g e uma massa padrão de 50 g. As 5 latas juntas tem quantos gramas? Quantos gramas tem cada lata?
- (b) Uma balança em equilíbrio, tem em um de seus pratos meio tijolo e uma massa padrão de 1 kg e no outro prato um tijolo inteiro. Quanto pesa um tijolo?
- (c) Maria subiu numa balança e constatou que tinha 43 kg; depois, subiu com seu gato Nestor e a balança marcou 49 kg. Qual o peso de Nestor?
- (d) Um elevador possui a seguinte mensagem: Carga Máxima: 8 pessoas ou 560 kg. Temos um grupo de pessoas que querem subir no elevador, cada uma com os seguintes massas: 82 kg, 118 kg, 67 kg, 86 kg, 99 kg e 91 kg. Elas podem subir todas juntas?
- (e) Construa uma balança com uma régua, duas caixas de fósforos e um palito de picolé e utilize-a para comparar a massa de pequenos objetos, como borrachas, apontadores, tampas de refrigerantes, clipes de papel, etc.
- (f) Leve uma balança de pratos para a sala de aula para comparar a massa de objetos diversos.
- (g) Leve uma balança para medir a massa dos alunos. Meça a massa deles e depois disso, peça para eles subirem de novo à balança, só que agora com suas respectivas mochilas com o material deles dentro. De posse dessas duas medições, eles deverão dizer qual a massa da mochila deles.

## 7. Medidas de Perímetro e Área

O perímetro de uma determinada área é o comprimento do seu contorno. A área de uma superfície é medida por  $m^2$ , derivado do SI.

Atividades:

- (a) Determine o perímetro e a área de uma quadra de basquete de comprimento 28 m e largura 15 m.
- (b) Determine o perímetro e a área de uma quadra de tênis de comprimento 23,77 m e largura 10,97 m.
- (c) Meça o comprimento e a largura da sala de aula; diga qual o perímetro e qual a área.
- (d) Estudando a razão entre o perímetro e o diâmetro da circunferência: meça o perímetro e o diâmetro de objetos circulares e algumas circunferências de raios variados, divida o perímetro pelo diâmetro e mostre aos alunos que todos os valores são próximos a  $\pi = 3,141592\dots$ , que é a razão exata do comprimento pelo diâmetro de qualquer circunferência.

- (e) Calculando a medida do contorno do aluno: colar jornais formando um "tapete" no chão, deitar um aluno sobre este "tapete" e traçar o contorno do aluno. Use um barbante para medir o contorno. Meça o barbante para dizer qual o perímetro do aluno.
- (f) Conceitue o que é um número quadrado perfeito. Construa quadrados perfeitos com material dourado (ou numa malha quadriculada): mostre que um quadrado de lado 1 cm tem área  $1 \text{ cm}^2$ , que um quadrado de lado 2 cm tem área  $4 \text{ cm}^2$ , um quadrado de lado 3 cm tem área  $9 \text{ cm}^2$ . Peça ao aluno que acrescente mais 3 cubinhos do material dourado a um dos lados do quadrado e depois mais três cubinhos a um dos lados adjacentes ao lado que foi alterado inicialmente. Pergunte ao aluno quantos cubinhos faltam para que tenhamos o próximo número quadrado perfeito (resposta: 1) e assim teremos construído um quadrado de lado 4 cm e área  $16 \text{ cm}^2$  mostrando que podemos exprimir o próximo quadrado perfeito em termos do seu antecessor:  $3^2 + 3 + 3 + 1 = 4^2$ . Utilize o mesmo raciocínio para construir um quadrado de área  $25 \text{ cm}^2$  a partir do quadrado de área  $16 \text{ cm}^2$ . O aluno deve perceber a relação  $4^2 + 2 \times 4 + 1 = 5^2$ . Ainda utilizando o mesmo raciocínio, construa um quadrado de área  $36 \text{ cm}^2$  a partir do quadrado de área  $25 \text{ cm}^2$  e o aluno verá que  $5^2 + 2 \times 5 + 1 = 36$ . Em geral, vale  $n^2 + 2 \times n + 1 = (n + 1)^2$  para qualquer número natural.

## 8. Medidas de volume

A unidade de volume derivada do SI é o  $\text{m}^3$ . Um cubo com 1 cm de aresta possui volume igual a  $1 \text{ cm}^3$ .

Atividades: Utilizar material dourado para explicar volume. Pegar quantidades finitas e iguais, montando formas diferentes com mesmo volume.

## 9. Medidas de capacidade

$1 \text{ L} = \text{dm}^3$ . Um submúltiplo do litro é o mililitro (mL). Temos que  $1 \text{ L} = 1000 \text{ mL}$ .

Atividades:

- (a) Construa uma caixa cúbica sem tampa cujas arestas meçam  $1 \text{ dm}^3$ . Forre-a com uma sacola plástica fina. Coloque água na caixa cúbica e verifique que sua capacidade é um litro.
- (b) O consumo na conta de água vem expresso em metros cúbicos ( $\text{m}^3$ ). Peça aos alunos que tragam contas de água recentes para verificar a quantos litros de água o gasto em  $\text{m}^3$  corresponde. Peça aos alunos para verificarem a capacidade da caixa d'água da casa deles. Com essa informação, eles deverão dizer quantas caixas d'água foram consumidas na residência, durante o mês da conta de água que eles trouxeram.
- (c) Traga diversos recipientes de diferentes capacidades e diferentes tamanhos. Encha um dos recipientes, escolha um outro recipiente e pergunte se a quantidade de líquido do primeiro cabe no segundo. Prossiga com as comparações. Alunos nessas séries acreditam que os recipientes de maior capacidade são os maiores.

## 10. Medidas de temperatura

No SI a unidade de temperatura é o kelvi (K). Aqui no Brasil, utilizamos o grau Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ). Temos que  $x \text{ } ^{\circ}\text{C} = x + 273 \text{ K}$ .

Atividades:

- (a) Traga para a sala de aula um termômetro e meça a temperatura dos alunos. Peça para eles correrem um pouco e depois meça a temperatura deles novamente e discuta com eles as alterações.
- (b) Traga um termômetro que meça a temperatura ambiente e fixe-o em algum lugar da escola. Fixe um horário e peça aos alunos para anotarem a temperatura marcada pelo termômetro e anotarem também as condições do tempo no instante da leitura do termômetro. Façam

isso durante 10 dias. Use esses dados para fazerem uma gráfico da variação da temperatura ao longo desses dias.